

# Tecniche di Specifica e Dimostrazione

Prova scritta del 4 settembre 2008

## Esercizio 1 (12 punti)

- a) Si estenda il linguaggio **IMP** con l'espressione aritmetica  $a_1/a_2$  per la divisione intera, definita con la seguente regola:

$$\frac{\langle a_1, \sigma \rangle \rightarrow n_1 \quad \langle a_2, \sigma \rangle \rightarrow n_2}{\langle a_1/a_2, \sigma \rangle \rightarrow n} \quad \text{se } nn_2 = n_1.$$

Si dica se il teorema dimostrato a lezione:

$$\langle c, \sigma \rangle \rightarrow \sigma' \quad \text{and} \quad \langle c, \sigma \rangle \rightarrow \sigma'' \quad \text{implies} \quad \sigma' = \sigma''$$

continua a valere. In caso contrario si mostri un controesempio.

(Cenno: si consideri il caso  $a_1 = a_2 = 0$ .)

- b) Per la versione di **IMP** vista a lezione si dimostri che, per ogni espressione booleana  $b$  e ogni coppia di comandi  $c_1, c_2$ , se  $\mathcal{C}[\![c_1]\!] = \mathcal{C}[\![c_2]\!]$  allora

$$\mathcal{C}[\![\text{if } b \text{ then } c_1 \text{ else } c_2]\!] = \mathcal{C}[\![c_1]\!].$$

- c) Si aggiunga alla regola del punto a) la condizione  $n_2 \neq 0$ . Si modifichi quindi la semantica denotazionale di **IMP** in modo da tener conto della nuova operazione. Si dica infine se la proprietà del punto b) vale ancora. In caso contrario si mostri un controesempio.

(Cenno: se  $n_1/n_2$  non è un intero,  $n_1/n_2 \not\rightarrow$ . Quindi la valutazione di espressioni aritmetiche e booleane può non terminare.)

## Esercizio 2 (7 punti)

Si consideri la relazione  $\langle D, \sqsubseteq \rangle$  con  $D = \omega \cup \{\infty_1, \infty_2\}$  e

$$n \leq m \Rightarrow n \sqsubseteq m \quad n \sqsubseteq \infty_1 \quad \infty_1 \sqsubseteq \infty_1 \quad x \sqsubseteq \infty_2 \quad n, m \in \omega \quad x \in D$$

Si dimostri che tale relazione è un ordinamento parziale completo con bottom.

Si consideri quindi la funzione  $f$  definita come  $f(n) = n+1$ ,  $f(\infty_1) = \infty_2$  e  $f(\infty_2) = \infty_2$ . Tale funzione è monotona? È continua? Cosa vale  $\bigsqcup_{i \in \omega} f^i(\perp)$ ? È il suo minimo punto fisso?

## Esercizio 3 (8 punti)

Si consideri il termine HOFL lazy

$$\text{snd}(((\lambda y. y) (((\text{rec } f. \lambda x. (f x)) 3) , 2))).$$

Se ne calcoli il tipo, la forma canonica e la semantica denotazionale.

## Esercizio 4 (3 punti)

Si fornisca un agente CCS in grado di soddisfare la formula:

$$\diamond\alpha.\square\beta.\diamond\gamma.\text{true} \wedge \square\alpha.\diamond\beta.\square\gamma.\text{true}.$$