Tecniche di Specifica e Dimostrazione

Prova scritta del 7 gennaio 2008
Durata: 2 ore

Esercizio 1 (9 punti)

Si consideri il comando $w = \textbf{while } x \neq 0 \textbf{ do } x := x - y$.

1. Si dimostri che $< w, \sigma > \rightarrow \sigma' \;\Rightarrow\; \exists k.\ \sigma(y)k = \sigma(x)$, k intero.
2. Si fornisca una memoria σ per cui $\exists k.\ \sigma(y)k = \sigma(x)$ ma non esiste alcuna σ' con $< w, \sigma > \rightarrow \sigma'$. Lo si dimostri.

Esercizio 2 (9 punti)

Si consideri l'insieme $\mathcal{F} = N \rightarrow \{true, false, \bot\}$ delle funzioni dagli interi ai booleani più $\bot$, ordinato come segue:

$$f \sqsubseteq g \text{ se e solo se } \forall n.\exists b \in \{true, false\}.f(n) = b \Rightarrow g(n) = b.$$

Dimostrare che $(\mathcal{F}, \sqsubseteq)$ è un cpo con bottom e dire quali delle seguenti funzioni $\mathcal{F} \rightarrow \mathcal{F}$ sono monotone e quali continue:

$$\begin{aligned} F &= \lambda f.\ \lambda n.\ fn = \bot \rightarrow \bot, \neg fn \\ G &= \lambda f.\ \lambda n.\ fn = \bot \rightarrow false, fn \\ H &= \lambda f.\ (\forall n.fn \neq \bot) \rightarrow \lambda n.true, \lambda n.\bot. \end{aligned}$$

Esercizio 3 (12 punti)

Si estenda la sintassi di HOFL lazy aggiungendo il costrutto di composizione $t_1; t_2$, che, informalmente, rappresenta la funzione calcolata applicando all'argomento la funzione t_1 e quindi la funzione t_2 al risultato cosi' ottenuto. Per il nuovo costrutto di composizione ";" si definiscano:

a) una regola di tipo;

b) la semantica operazionale, in modo che $t_1; t_2$ si riduca immediatamente in forma canonica;

c) la semantica denotazionale.

Dimostrare che per ogni termine (chiuso) t i termini $(t_1; t_2\ t)$ e $(t_2\ (t_1\ t))$:

a) hanno lo stesso tipo;

b) sono equivalenti secondo la semantica denotazionale.