Tecniche di Specifica e Dimostrazione

Prova scritta dell'11 giugno 2008

(Recupero 1^o compitino: Esercizi 1 e 2 Recupero 2^o compitino: Esercizi 3 e 4)

Esercizio 1 (7 punti)

Siano $RVAR(c)$ le locazioni *lette* nel comando c, cioè che appaiono in qualche espressione aritmetica a in c. Si dimostri che

$$< c, \sigma > \rightarrow \sigma' \quad \text{implica} \quad x \notin RVAR(c) \Rightarrow < c, \sigma[n/x] > \rightarrow \sigma'' \ \wedge \ (\sigma'' = \sigma' \vee \sigma'' = \sigma'[n/x]).$$

Si assuma che $x \notin VAR(a) \ \Rightarrow \ (< a, \sigma > \rightarrow m \ \Rightarrow \ < a, \sigma[n/x] > \rightarrow m)$. Similmente per le espressioni booleane.

Esercizio 2 (8 punti)

Si consideri la struttura $(S, \subseteq)$ degli alberi binari finiti e infiniti, rappresentati come linguaggi $L \subseteq \{0,1\}^* \cup \{0,1\}^\infty$, ordinati per inclusione, con la condizione che $\alpha\beta \in L \Rightarrow \alpha \in L$, dove al solito $\alpha \in \{0,1\}^\infty$ implica $\alpha\beta = \alpha$. Si dimostri che $(S, \subseteq)$ è un ordinamento parziale completo con $\bot$.

Quindi, dato l'insieme T_Σ dei termini sulla segnatura Σ con un solo sort, una costante c e una operazione binaria f, si definisca per ricorsione strutturale su T_Σ una semplice funzione $[\![\_]\!]\colon T_\Sigma \rightarrow S$ tale che, ad esempio, $[\![f(f(c, f(c,c)), c)]\!] = \{\epsilon, 0, 01\}$, dove ϵ è la stringa vuota. Si dimostri infine per induzione strutturale che effettivamente $[\![t]\!] \in S$.

Esercizio 3 (9 punti)

Dato il termine HOFL $t = rec\ f.\lambda x.\mathbf{if}\ x\ \mathbf{then}\ 0\ \mathbf{else}\ (f\ (x - x))$, se ne calcoli il tipo e la semantica denotazionale $[\![t]\!]\rho = fix\ \Gamma$. Si dica se $fix\ \Gamma$ è l'unico punto fisso di Γ. (Cenno: si considerino i valori maggiori di $fix\ \Gamma$ nell'ordinamento, e si verifichi se sono punti fissi di Γ.)

Esercizio 4 (6 punti)

Si provi che la bisimilarità weak $\approx$ è una congruenza rispetto al prefisso assumendo $p_1 \approx p_2$, definendo una opportuna relazione R con $\mu.p_1 R \mu.p_2$ e dimostrando che R è una bisimulazione weak.

Si faccia vedere infine dove fallisce la corrispondente prova che la bisimilarità weak è una congruenza rispetto alla somma: $p_1 \approx p_2 \not\Rightarrow p_1 + p \approx p_2 + p$.