# Tecniche di Specifica e Dimostrazione

Prova scritta del 18 giugno 2009

(Recupero $1^o$ compitino: Esercizi 1 e 2 — Recupero $2^o$ compitino: Esercizi 3 e 4)

## Esercizio 1 (8 punti)

Si consideri il comando:

$$w \ = \ \textbf{while } x \neq n \textbf{ do } (x := x + 1;\ y := 2 * y;\ z := z + y).$$

Si dimostri che, se $\langle w, \sigma \rangle \to \sigma'$ allora:

$$\sigma(x) \leq n,\ \sigma(y) = 2^{\sigma(x)},\ \sigma(z) = 2^{\sigma(x)+1} \quad \Rightarrow \quad \sigma'(x) = n,\ \sigma'(y) = 2^n,\ \sigma'(z) = 2^{n+1}.$$

Si dimostri quindi, utilizzando la regola di inferenza vista a lezione, che per $\sigma(x) > n$, non c'è alcun $\sigma'$ con $\langle w, \sigma \rangle \to \sigma'$ .

## Esercizio 2 (7 punti)

Sia $\mathcal{F} = \{f \in \omega \to \omega_\perp \mid n \leq m,\ f(n) \neq \perp,\ f(m) \neq \perp \Rightarrow f(n) \leq f(m)\}$ dove $n \leq n + k$. Si assuma al solito $f \sqsubseteq g$ sse $\forall n. f(n) \neq \perp \Rightarrow f(n) = g(n)$ e si dimostri che $D = (\mathcal{F}, \sqsubseteq)$ è un ordinamento parziale completo con bottom.

Si consideri ora la funzione $F : \mathcal{F} \to \mathcal{F}$ definita come:

$$F(f)(0) = f(0) \text{ se } f(0) \neq \perp, 0 \text{ altrimenti} \qquad F(f)(n+1) = f(n+1) \text{ se } f(n+1) \neq \perp, F(f)(n) \text{ altrimenti.}$$

Si dimostri quindi che $F(f)$ è definita per ricorsione matematica (primitiva), che appartiene a $\mathcal{F}$ e che $F$ non è monotona.

### Esercizio 3 (9 punti)

Si aggiunga a HOFL la seguente regola di inferenza:

$$\frac{t_1 \to 0}{t_1 * t_2 \to 0}$$

e si dimostri che vale ancora la proprietà $t \to c_1,\ t \to c_2 \Rightarrow c_1 = c_2$. Si dimostri invece con un controesempio che non vale la proprietà $t \to c \Rightarrow [\![t]\!] = [\![c]\!]$ e quindi si modifichi la semantica denotazionale in modo che la proprietà valga e lo si dimostri. Si tenti infine di fare la stessa cosa dopo aver aggiunto anche la regola:

$$\frac{t_2 \to 0}{t_1 * t_2 \to 0}.$$

### Esercizio 4 (6 punti)

Si considerino gli agenti CCS:

$$A \ = \ \textbf{rec}\ x.\alpha.\alpha.x + \alpha.\beta.x + \beta.\alpha.x + \beta.\beta.x \qquad \text{e} \qquad B \ = \ \textbf{rec}\ x.\alpha.x + \beta.x.$$

Si calcoli l'insieme $S$ di tutti gli agenti raggiungibili da essi (anche con molti passi) e le relative transizioni. Si applichi iterativamente a $S$x$S$ l'operatore di bisimulazione (strong) $\Phi$ visto a lezione fino a raggiungere il punto fisso. Si concluda dal risultato che $A$ e $B$ non sono bisimilari. Si determini infine una formula della logica Hennessy - Milner in grado di distinguere tra $A$ e $B$.