Tecniche di Specifica e Dimostrazione

Prova scritta dell'11 gennaio 2010

Esercizio 1 (10 punti)

I numeri di Fibonacci $F(n)$, $n \in \omega$ sono calcolati dalla seguente definizione ricorsiva:

$$F(0) = 0,\ \ F(1) = 1,\ \ F(n+2) = F(n) + F(n+1).$$

Questa definizione puo' essere vista come una definizione per ricorsione ben fondata? E per quale relazione ben fondata?

Si consideri ora il comando:

$$w \ = \ \textbf{while}\ z < n\ \textbf{do}\, v := y;\ y := x + y;\ x := v;\ z := z + 1.$$

Si dimostri che, per ogni $\sigma, \sigma' \in \Sigma$ con $\langle w, \sigma\rangle \to \sigma'$

$$\text{se}\ \ \sigma(x) = F(\sigma(z)),\ \sigma(y) = F(\sigma(z)+1),\ 0 \le \sigma(z) \le n$$

$$\text{allora}\ \ \sigma'(x) = F(n),\ \sigma'(y) = F(n+1).$$

Si osservi quindi che $\langle x := 0;\ y := 1;\ z := 0;\ w\ ,\ \sigma\rangle \to \sigma'$ con $n \ge 0$ implica $\sigma'(x) = F(n)$.

Esercizio 2 (6 punti)

Sia $(D, \sqsubseteq)$ un cpo discreto, cioe' in cui $d_1 \sqsubseteq d_2$ implica $d_1 = d_2$.

1. Si dimostri che ogni funzione $f : D \to D$ è monotona e continua.
2. Sia $D_\perp$ il cpo piatto ottenuto applicando a D l'operatore di lifting. Si faccia vedere in quali casi esistono funzioni da $D_\perp$ in $D_\perp$ che non sono monotone e quindi non sono continue. Si consideri anche il caso $D = \emptyset$.

Esercizio 3 (9 punti)

Si consideri il seguente termine HOFL:

$$t = \textbf{rec}\ f.\ \lambda x.\ \textbf{if}\ fst(x) - snd(x)\ \textbf{then}\ x\ \textbf{else}\ (f\ x).$$

Si determini il tipo, la forma canonica e la semantica denotazionale di t. Si mostri infine un altro termine HOFL con la stessa semantica denotazionale di t ma con differente forma canonica.

Esercizio 4 (5 punti)

Per gli agenti CCS

$$p \ = \ rec\ x.(\beta.x + \alpha.\beta.x) \quad q \ = \ rec\ x.(\beta.x + \alpha.rec\ y.(\beta.y + \beta.x))$$

si ricavino, utilizzando le regole di inferenza, tutte le possibili transizioni. Si provi quindi che p e q non sono bisimilari e si mostri una formula della logica Hennessy-Milner che distingua tra di essi.