Models of Computation

Written Exam on February 17, 2011

AA031: 6 credits, Exercises 1-3, 2h:20

375AA: 9 credits, Exercises 1-4, 3h

Esercizio 1 (7)

Si consideri il linguaggio IMP senza comandi di assegnamento. Si dimostri per induzione strutturale sui comandi c che per ogni c, σ:

$< c, \sigma > \rightarrow \sigma$ oppure $< c, \sigma > \not\rightarrow$.

Dimostrare esplicitamente il caso di non terminazione utilizzando la regola di inferenza vista a lezione.

Exercise 2 (8)

Si consideri l'insieme $(\omega \cup \{\infty\}) \times (\omega \cup \{\infty\})$ delle coppie di numeri naturali più ∞ con l'ordinamento lessicografico $\sqsubseteq$ definito come

$$(x_1, y_1) \sqsubseteq (x_2, y_2) \text{ se } x_1 < x_2 \text{ oppure se } x_1 = x_2 \text{ e } y_1 \leq y_2$$

dove al solito l'ordinamento $\leq$ sui naturali è esteso con $x \leq \infty$.

Si dimostri che $\sqsubseteq$ è un ordinamento parziale completo con bottom. Si considerino esplicitamente tutti i possibili tipi di catene dimostrando in ogni caso l'esistenza del lub. Dato poi l'ordinamento parziale $\omega \times \omega$ con lo stesso erdinamento, si dimostri che la funzione binaria $sum((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = (x_1+x_2, y_1+y_2)$ è monotona, mentre la funzione binaria $max((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = (max(x_1, x_2), max(y_1, y_2))$ non lo è.

Exercise 3 (7)

Si consideri la seguente definizione ricorsiva:

$$f(x) = \textbf{if } x = 0 \textbf{ then } 1 \textbf{ else } 2 * f(x-1).$$

Si fornisca un termine t HOFL che corrisponda a tale definizione ricorsiva e se ne determini il tipo. Si calcoli quindi la semantica denotazionale $[\![t]\!]\rho$ di t e si dimostri che $n \geq 0 \Rightarrow let\ \varphi \Leftarrow [\![t]\!]\rho . \varphi\lfloor n \rfloor = \lfloor 2^n \rfloor$.

(*Cenno: Si ponga per l'approx. n-esima il valore* $d_n = \lfloor \lambda d'. \lfloor 0 \rfloor \leq_\perp d' \leq_\perp \lfloor n \rfloor \rightarrow \lfloor 2^{d'} \rfloor, \perp \rfloor$.)

Exercise 4 (8)

Prove the following properties for the π-calculus, where $\dot\sim_E$ is the strong early ground bisimilarity:

$$(x)(p|q) \dot\sim_E p|(x)q \text{ if } x \notin fn(p) \qquad (x)(p|q) \dot\sim_E p|(x)q \qquad (x)(p|q) \dot\sim_E ((x)p)|(x)q.$$

offering counterexamples if the properties do not hold.